

文章编号: 1000-8055(2007)03-0485-05

航空发动机非完全恢复的 LQG/LTR 控制系统设计

王永庭, 郭迎清, 王海泉
(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 为解决常规 LQG/LTR 控制器中存在的参数值过大问题, 提出了非完全恢复的 LQG/LTR 设计方法, 并从控制系统中零极点关系的角度, 阐述了该设计方法降低控制器参数数值的机理. 将该方法应用于航空发动机控制系统设计中. 仿真表明, 该方法不但有效地抑制了控制器的参数值过大, 且相对于常规 LQG/LTR 设计方法具有更理想的控制效果.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 航空发动机控制; 非完全恢复的 LQG/LTR; 控制器参数
中图分类号: V233.7 **文献标识码:** A

Design of non-fully recover LQG/LTR control system of aeroengine

WANG Yong-ting, GUO Ying-qing, WANG Hai-quan
(School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To solve the problem of excessively big parameter value in the conventional LQG/LTR controller, a design method was proposed for non-fully recover LQG/LTR. The principle for reducing the controller parameter value was explained from the perspective of system's zero-pole relationship. This method was applied to design the aeroengine control system. Simulation results indicate that this method could suppress effectively the parameter value of controller, but also present more satisfactory performance than conventional LQG/LTR design method.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine control; non-fully recover LQG/LTR; controller parameter

LQG/LTR 方法因其设计的控制系统具有良好的性能及鲁棒性, 在各个领域包括航空发动机控制系统设计中得到了广泛应用^[1-3], 但同时也应注意到 LQG/LTR 方法得到的控制器参数值一般都很大^[4]. 在计算机实现控制器算法时, 过大的控制器参数由于受对应硬件系统的字长限制, 往往容易带来计算问题. 因此, 如何降低控制器中参数值是一个值得研究的重要问题. 本文首先分析了 LQG/LTR 控制器中造成参数过大的原因, 由此引入了

非完全恢复的 LQG/LTR 控制器设计方法, 并利用该方法设计出航空发动机控制系统. 控制系统设计及仿真结果表明该方法不但有效地降低了对应控制器参数的数量级, 而且控制仿真效果良好, 与常规 LQG/LTR 设计方法相比, 具有很强的优越性.

1 LQG/LTR 设计方法及其控制器参数过大问题分析

设有如下对象模型:

收稿日期: 2005-04-06; 修订日期: 2006-10-16

作者简介: 王永庭(1981-), 男, 河南确山人, 西北工业大学动力与能源学院硕士生, 主要从事航空发动机多变量鲁棒控制, EMAIL: yongtingwang@hotmail.com.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1)$$

按照 LQG/LTR 设计方法,依照其设计步骤,最后得到的 LQG/LTR 控制器传递函数 $K(s)$ 为:

$$K(s) = K_C(sI - A + BK_C + K_FC)^{-1}K_F \quad (2)$$

其中, K_F 被称为滤波增益矩阵, K_C 被称为控制增益矩阵. 二者的计算表达式如下:

$$K_F = (1 - \mu) P_F C^T \quad (3)$$

$$K_C = R^{-1} B^T P_C \quad (4)$$

上述两式中的正定阵 P_F 、 P_C 分别为如下代数 RICCATI 方程的解:

$$AP_F + P_F A^T + LL^T - (1/\mu) P_F C^T C P_F = 0 \quad (5)$$

$$A^T P_C + P_C A + qC^T C - P_C B R^{-1} B^T P_C = 0 \quad (6)$$

在以上两方程(5), (6)中, μ, L, q, R 均为可调参数.

LQG/LTR 控制器设计一般可以按如下两个步骤进行:第一步是设计目标回路,使其满足设计性能指标要求,此处设计的可调参数为 μ, L , 其中参数 μ 决定目标回路的穿越频率,参数 L 决定了目标回路的大致形状. 第二步为目标回路恢复设计,逐步调整可调参数 q ,使得系统开环传递函数奇异值曲线与目标回路奇异值曲线相重合.

通常,二者之间完全重合时的对应 q 需要取值非常大. 过大的 q 往往造成对应的控制增益矩阵 K_C 元素也相应很大,进而使得控制器参数过高. 如果使用低 q 值,则对应的控制系统开环奇异值曲线达不到设计性能要求. 因此如何解决这二者之间的矛盾,将成为本文探讨的重点.

2 非完全恢复 LQG/LTR 设计方法及系统零极点分析

为了解决上述矛盾,可以设想如果在目标回路设计中事先有意地设高其穿越频率值,然后利用较低的 q 值不完全恢复至期望的穿越频率值. 如此一来,虽然目标回路没有被完全恢复,但还是达到了设计的性能要求,而且更重要的是,因此时使用的 q 值较低,故相应的控制器参数值将大为降低,从而实现了预期目的. 本文将这种方法称为非完全恢复的 LQG/LTR 设计方法.

常规设计时:

$$K_1(s) = \frac{5.224 \times 10^5 s^3 + 2.508 \times 10^{10} s^2 + 7.346 \times 10^{10} s + 5.059 \times 10^{10}}{s^5 + 4.85 \times 10^4 s^4 + 1.444 \times 10^7 s^3 + 2.077 \times 10^9 s^2 + 2.282 \times 10^9 s}$$

以某型航空发动机地面状态下 ($H = 0$ km, $Ma = 0$) 为例,建立此时的归一化小偏离状态空间模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -1.1319 & 0.0381 \\ -0.0180 & -1.080 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.3305 & 0.2577 \\ 0.2382 & 0.1857 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4.3993 & 7.9102 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.1203 & 0.4667 \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (7)$$

其中状态向量 $x = (n_l \ n_h)^T$ 为发动机低压转子转速与高压转子转速,控制向量 $u = (wfm \ q_8)^T$ 为主供油量与尾喷口面积,输出向量 $y = (n_l \ p_{36})^T$ 为低压转子转速与涡轮落压比. 利用常规 LQG/LTR 设计方法、非完全目标回路恢复的 LQG/LTR 设计方法分别进行控制系统设计,并进行对比说明.

在常规 LQG/LTR 设计方法中,参数 μ 取值为 0.04,即目标回路的穿越频率设为 5 (rad/s),目标回路奇异值曲线完全恢复时对应的 $q = 10^{10}$. 而在非完全恢复的设计方法中,取参数 $\mu = 0.01$,此时目标回路的穿越频率被设高到 10 (rad/s),利用 LTR 步骤进行回路恢复,当 $q = 10^{5.5}$ 时,开环传递函数的最小奇异值曲线穿越频率即达到 5 (rad/s). 两控制系统的奇异值曲线分别如图 1、图 2 所示,虽然非完全恢复 LQG/LTR 设计方法得到的开环传递函数奇异值曲线没有与目标回路奇异值曲线相逼近,但可以看出来的是此时控制系统的穿越频率值仍旧满足控制系统的设计要求. 由于此时 LTR 中使用的 q 值较低,所以控制器参数值必然也相对降低. 同时注意到非完全目标恢复设计方法设计的控制系统开环传递函数奇异值曲线在高频衰减更快,从稳定性和鲁棒性对控制系统开环奇异值曲线的要求来讲^[5],非完全目标恢复 LQG/LTR 设计的奇异值更符合系统控制要求.

下面对比两方法设计的控制器 $K(s)$,因控制器矩阵为 2×2 结构,为节省篇幅,在此仅列写 $K_1(s)$ 以进行比较.

非完全恢复设计时:

$$K_1(s) = \frac{5407s^3 + 1.545 \times 10^6 s + 4.481 \times 10^6 s + 3.075 \times 10^6}{s^5 + 313s^4 + 9449 + 1.295 \times 10^5 s^2 + 1.322 \times 10^5 s}$$

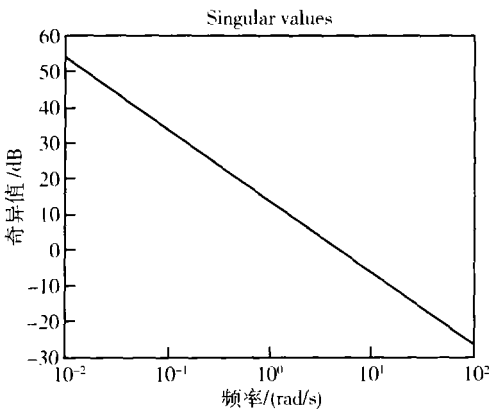


图 1 常规 LQG/LTR 方法设计的奇异值曲线

Fig. 1 Singular value plot of conventional LQG/LTR method

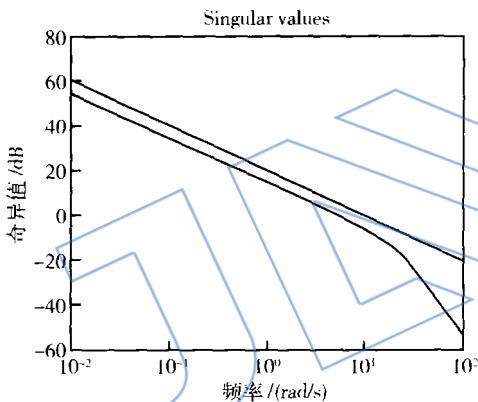


图 2 非完全恢复 LQG/LTR 方法设计的奇异值曲线

Fig. 2 Singular value plot of nonfully recovering LQG/LTR method

对比前后两式,控制器参数的最大降低倍数达到约 2×10^4 . 非完全恢复的 LQG/LTR 方法在抑制过大参数上的特点得到了很好的体现,而且控制器参数过大的抑制是不以控制系统性能的损失为基础的,所以非完全恢复的 LQG/LTR 设计方法更有利于在工程实践上应用.

下面从 LQG/LTR 控制系统中零极点角度探究非完全恢复的 LQG/LTR 控制系统在降低控制器参数值的同时仍具有良好控制性能缘由. 将如上常规方法设计的 LQG/LTR 控制系统与非完全恢复设计的 LQG/LTR 控制系统中的对象模型传递函数 $G(s)$ 、闭环控制系统传递函数 G_{cl} 的零极点与 $(A - K_F C)$ 、 $(A - B K_C)$ 的特征值列

于表 1 中.

通过表 1 可以清楚地看出在两控制系统中具有如下现象:

- (1) 矩阵 $(A - K_F C)$ 有一对重特征值,其绝对值大小等于相应目标回路的穿越频率数值.
- (2) 闭环传递函数进行零极点对消后,剩余四个极点,其中一个极点 $(-5.0000$ 或 $-10.00000)$ 绝对值大小与对应的目标回路穿越频率值相等,其余三个分别为矩阵 $(A - B K_C)$ 的共扼复数极点以及远离虚轴的实极点.

表 1 控制系统中的零极点与特征值表

Table 1 Zero-pole and eigenvalue of the control system			
传递函数/矩阵	极点/特征值		零点
$G(s)$	- 1.106 98	- 1.104 46	- 1.107 01
$A-K_F C$	- 1.106 98	- 1.104 46	
	- 5.000 00	- 5.000 00	
常规 LQG/LTR 设计	$A-B K_C$	- 48 199.18 - 1.107 01	
		- 146.27 ±141.07j	
非完全恢复的 LQG/LTR 设计		- 146.27 ±141.07j	- 1.107 01
	G_{cl}	- 5.000 00 - 5.000 0	- 1.104 46
		- 1.106 98 - 1.104 46	- 1.106 98
		- 481 99.18 - 1.107 01	- 5.000 0
	$A-K_F C$	- 1.106 98 - 1.104 46	
		- 10.000 00 - 10.000 00	
	$A-B K_C$	- 271.041 5 - 1.107 01	
		- 10.439 4 ±10.352 5j	
		- 10.439 4 ±10.352 5j	- 1.107 01
	G_{cl}	- 10.000 00 - 10.000 00	- 1.104 46
		- 1.106 98 - 1.104 46	- 1.106 98
		- 271.041 5 - 1.107 01	- 10.000 0

从零极点角度出发,可以看出常规 LQG/LTR 方法就是通过选取高 q 值,使得矩阵的共 $(A - B K_C)$ 扼特征值远离于虚轴,并以其作为闭环系统的非主导极点,系统的主导极点由矩阵 $(A - K_F C)$ 中可调参数 μ 决定的特征值来充任. 此外两矩阵 $(A - B K_C)$ 、 $(A - K_F C)$ 的其余特征值被用来

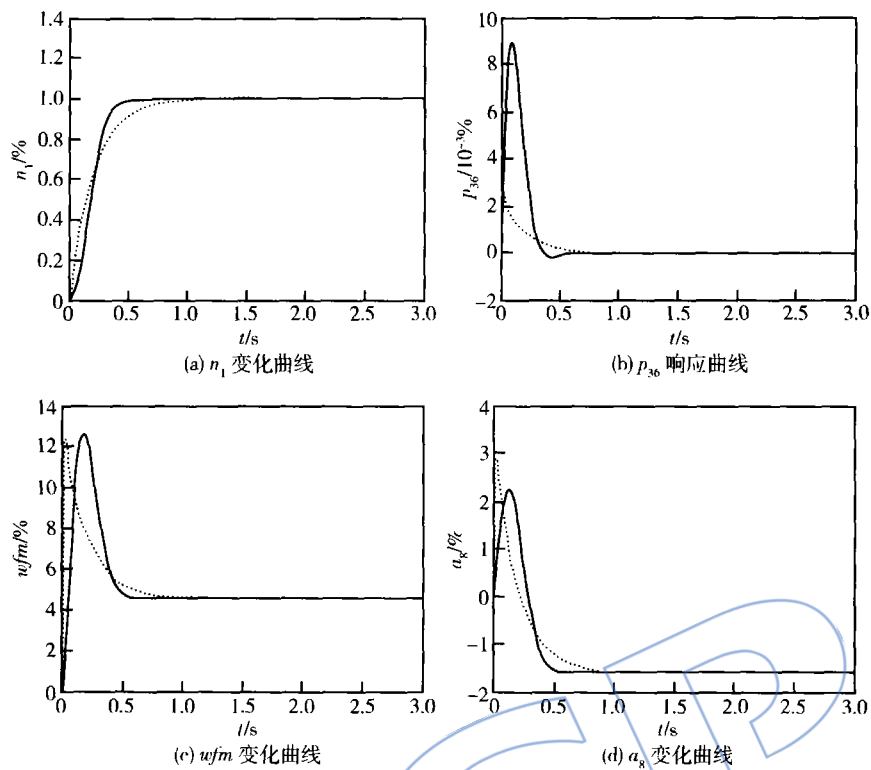


图 3 低压转子转速阶跃信号仿真结果

Fig. 3 Step response of low-pressure rotor speed

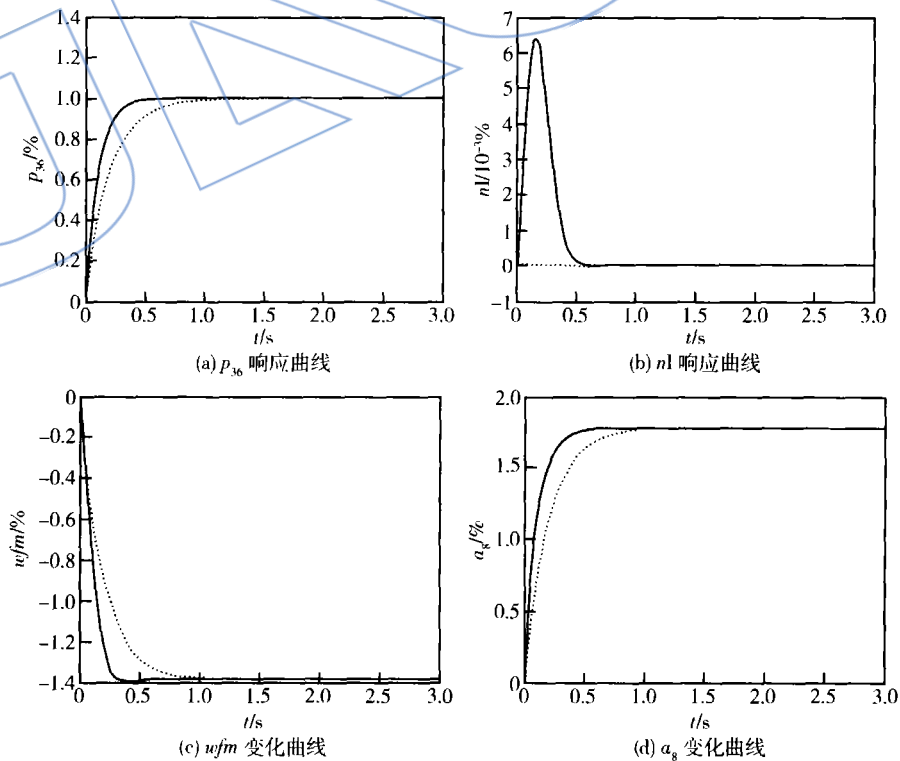


图 4 涡轮落压比阶跃信号仿真结果

Fig. 4 Step response of turbine pressure ratio

实现与对象模型的零极点对消. 因此设计完成的整个 LQG/LTR 闭环传递函数性能可近似由主

导极点所决定, 良好的动态性能得以保证. 而在非完全目标回路恢复 LQG/LTR 设计方法中, 由于

采用了低 q 值,故对应于矩阵 $(A-BK_c)$ 的共扼复数特征值对由常规LQG/LTR中的 $-146.27 \pm 141.07j$ 变为 $-10.7080 \pm 10.7347j$,很大程度地靠近了虚轴,又因高目标穿越频率的设计,使得原来的主导极点 -5.0000 减小至 -10.0000 。基于以上两种变化,使得原来的共扼复数对不再为闭环系统的非主导极点,并对系统性能产生了一定作用,从而使得非完全恢复的LQG/LTR方法在降低控制器参数值同时,仍具有设计要求的性能。

3 控制系统仿真

以该发动机地面状态时为例,在SIMULINK环境下利用如上设计的双变量控制器分别进行单位阶跃信号仿真,并对比其控制效果。首先在低压转子转速输入端接入单位阶跃信号进行仿真,两控制系统的仿真结果对比如图3所示。与此对应,然后在涡轮落压比输入端同样接入单位阶跃信号仿真,两控制系统的仿真结果对比如图4。两图中,实线为非完全恢复方法设计的控制器仿真曲线,虚线为常规LQG/LTR设计的控制器仿真曲线。

对比图3、图4中的各参数仿真结果,明显看出,虽然非完全恢复LQG/LTR方法设计的控制器参数数量级已大幅度降低,但对应的控制器在控制性能上还是明显优于常规设计方法设计的控制器。其动态响应速度更迅速、调节时间约为0.5秒,无稳态误差、无超调。在解耦方面,虽然在图中显示出常规方法更具有优势,但因此时对应图中的纵轴坐标数量级为 10^{-3} ,所以两方法都具有很强的解耦能力。

综合以上各种论述,可以看出相对于常规

LQG/LTR设计方法,非完全恢复的LQG/LTR设计方法不但抑制了控制器参数值过大,而且具有更优良的动态响应性能,这也充分验证了非完全恢复LQG/LTR设计方法的优越性。

4 总 结

分析了常规LQG/LTR设计方法产生过大控制器参数值的内在机理,并在此基础上,使用非完全恢复方法进行航空发动机LQG/LTR控制系统设计,以降低常规LQG/LTR设计方法不可避免地带来的参数值过大问题。控制系统仿真结果表明,非完全恢复的LQG/LTR设计方法不但抑制了控制器参数值过大,而且还具有更加良好的动态性能。这些都说明了非完全恢复的LQG/LTR控制系统明显优越于常规方法设计的LQG/LTR控制系统,更值得在工程上推广应用。

参考文献:

- [1] Athans M. A tutorial on the LQG/LTR method[R]. Proceedings of American Control Conference, 1986:1289-1296.
- [2] Francis X D. Thrust modulated multivariable control of the GE21 engine using the LQG/LTR method[D]. S. M. Thesis, MIT, 1984.
- [3] 郭迎清,吴丹,张华. 全飞行包线LQG/LTR多变量控制器设计[J]. 航空发动机, 2002, (4): 44-47.
GUO Yingqing, WU Dan, ZHANG Hua. Design of LQG/LTR multivariable feedback controller over full envelope[J]. Aeroengine, 2002, (4): 44-47.
- [4] 张华. LQG/LTR方法在涡扇发动机控制中的应用研究[D]. 西安:西北工业大学硕士论文, 2004, 3: 30-44.
- [5] 高黛陵,吴麒. 多变量频率域控制理论[M]. 北京:清华大学出版社, 1998年.